

Nombre dérivé et tangente correction

exercice 2

On considère la fonction f définie sur l'ensemble des réels par $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + x + 1$.

1. On a : $f(0) = -\frac{1}{2}(0)^2 + (0) + 1 = 1$.

De plus : $f(3) = -\frac{1}{2}(3)^2 + (3) + 1 = -\frac{9}{2} + 4 = -\frac{9}{2} + \frac{8}{2} = -\frac{1}{2}$.

2. Les points A et B ont pour coordonnées respectives $(0; 1)$ et $(3; -\frac{1}{2})$. Voir figure.

3. Déterminons $f'(x)$.

$$f(x) = -\frac{1}{2}(2x) + 1 = -x + 1$$

4. On a : $f'(3) = -3 + 1 = -2$. Le nombre $f'(3)$ est la pente de la tangente à la courbe au point d'abscisse 3 de la courbe.

5. Déterminons l'équation réduite de la tangente (T_3) à la parabole au point d'abscisse 3.

L'équation s'écrit sous la forme $y = -2x + p$.

Déterminons p

Le point B de coordonnées $(3; -\frac{1}{2})$ appartient à la tangente, donc ses coordonnées vérifient l'équation $y = -2x + p$ de la tangente. Donc : $-\frac{1}{2} = -2 \times 3 + p$.

D'où : $-\frac{1}{2} = -6 + p$. Ainsi : $p = -\frac{1}{2} + 6 = -\frac{1}{2} + \frac{12}{2} = \frac{11}{2}$.

En résultat, la tangente a pour équation réduite : $y = -2x + \frac{11}{2}$.

6. Pour le tracé de la tangente (T_3) , voir ci-dessous :

