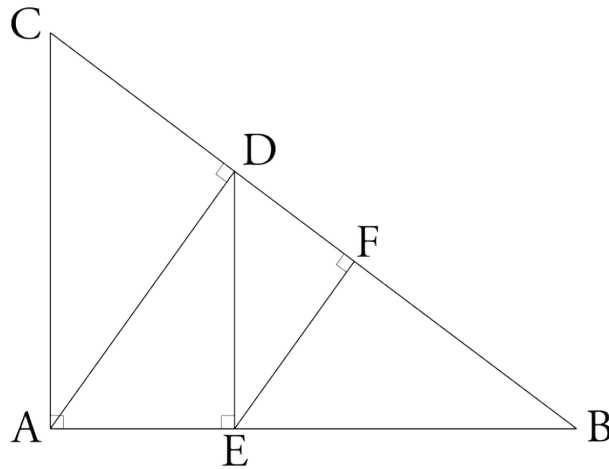
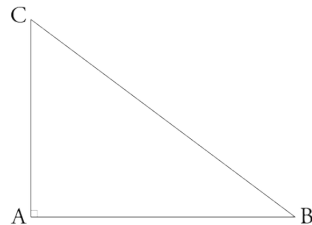


On considère la figure ci-dessous sur laquelle le triangle ABC est un triangle rectangle en A tel que $AB = 4$ et $AC = 3$. On souhaite savoir si le triangle AEF est isocèle en E.



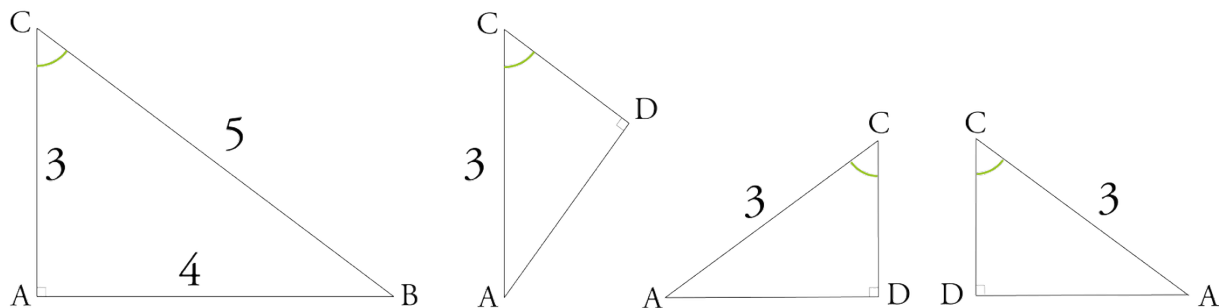
1. Démontrons que $BC = 5$.



Le triangle ABC étant rectangle en A, d'après le théorème de Pythagore, on a :

$$BC^2 = BA^2 + AC^2, \text{ donc : } BC^2 = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25. \text{ D'où : } BC = 5.$$

2. Déterminons AD et CD en examinant les triangles **ABC** et **ADC**.

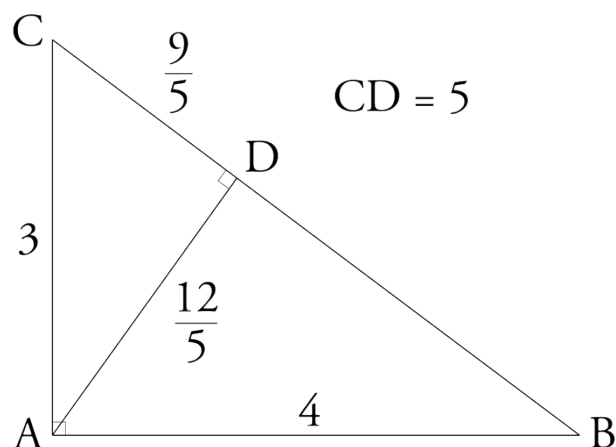


D'après les figures ci-dessus, les triangles **ABC** et **ADC** possèdent respectivement deux angles égaux, donc trois angles égaux. Ces triangles sont semblables ; l'un est un agrandissement de l'autre.

$$\text{Donc : } \frac{AD}{3} = \frac{4}{5}, \text{ d'où : } AD = 3 \times \frac{4}{5} = \frac{12}{5}.$$

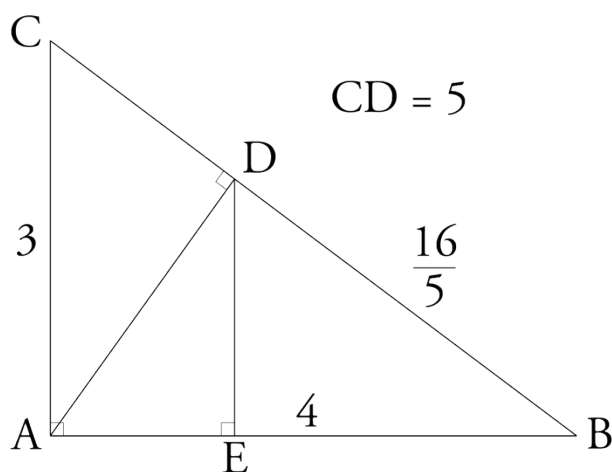
$$\text{De plus : } \frac{CD}{3} = \frac{3}{5}, \text{ d'où : } CD = 3 \times \frac{3}{5} = \frac{9}{5}.$$

3. Déterminons DB .



D'après la figure, on a : $DB = 5 - \frac{9}{5} = \frac{25}{5} - \frac{9}{5} = \frac{16}{5}$.

4. En considérant les triangles **ABC** et **BED**, déterminons DE et EB , puis AE .



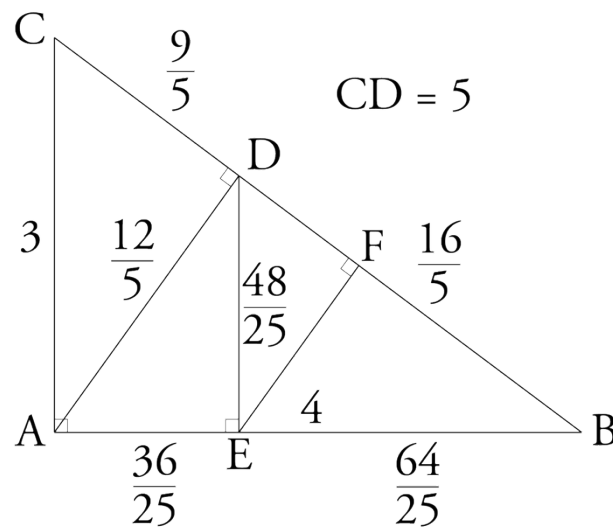
D'après la figure, les triangles **ABC** et **BED** sont des triangles semblables ; l'un est un agrandissement de l'autre.

On a : $\frac{DE}{\frac{16}{5}} = \frac{3}{5}$. D'où : $DE = \frac{16}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{48}{25}$.

De plus : $\frac{EB}{\frac{16}{5}} = \frac{4}{5}$. D'où : $EB = \frac{16}{5} \times \frac{4}{5} = \frac{64}{25}$.

Enfin : $AE = 4 - EB = 4 - \frac{64}{25} = \frac{100}{25} - \frac{64}{25} = \frac{36}{25}$.

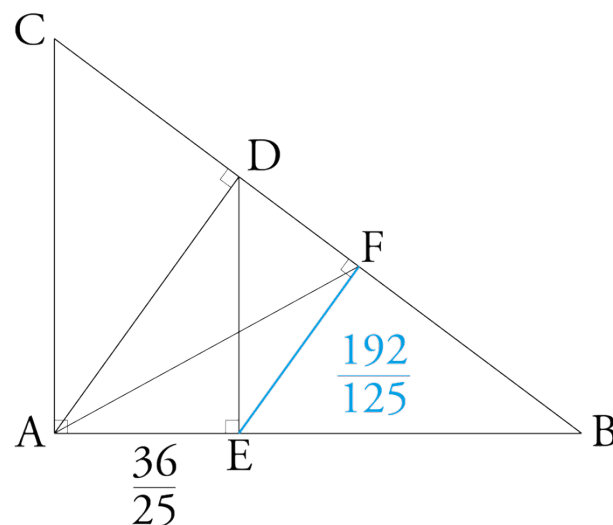
5. Déterminons EF en examinant les triangles **ABD** et **BEF**.



D'après la figure, les triangles **ABD** et **BEF** sont semblables car ils possèdent tous deux un angle droit et un angle commun en B. Donc, l'un est un agrandissement de l'autre.

$$\text{D'où : } \frac{EF}{EB} = \frac{3}{5}. \text{ D'où : } EF = EB \times \frac{3}{5} = \frac{64}{25} \times \frac{3}{5} = \frac{192}{125}.$$

6. Peut-on dire que le triangle AEF est isocèle en E ?



$$\text{On a : } EF = \frac{192}{125} \text{ et } AE = \frac{36}{25} = \frac{180}{125}.$$

Donc : $EF \neq AE$. Le triangle AEF n'est pas isocèle en E.