

Racines d'un trinôme et méthode du discriminant

On appelle racines d'un trinôme du second degré $ax^2 + bx + c$ les valeurs qui annulent le trinôme, c'est-à-dire les solutions éventuelles de l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ (E).

Exemple

Le trinôme $x^2 - 4x + 3$ s'annule lorsque $x = 1$ et $x = 3$. On dit que les racines du trinôme $x^2 - 4x + 3$ sont 1 et 3. 1 et 3 sont les solutions de l'équation $x^2 - 4x + 3 = 0$. Dans ce cas, on peut écrire : $x^2 - 4x + 3 = (x - 1)(x - 3)$.

Comment déterminer si un trinôme possède des racines et lesquelles ?

1. Démontrer l'équivalence : $ax^2 + bx + c = 0$ (E) $\Leftrightarrow (2ax + b)^2 = b^2 - 4ac$.
On multipliera dans l'équation (E) les membres de gauche et de droite par $4a$.
2. On appelle discriminant (delta) du trinôme $ax^2 + bx + c$ l'expression $\Delta = b^2 - 4ac$.
 - 2.1. On suppose $\Delta > 0$. Résoudre l'équation (E).
Combien de solutions possède l'équation (E).
 - 2.2. On suppose $\Delta = 0$. Résoudre l'équation (E).
Combien de solutions possède l'équation (E).
 - 2.3. On suppose $\Delta < 0$. Résoudre l'équation (E).
Combien de solutions possède l'équation (E).
3. Dans chaque cas, déterminer le discriminant du trinôme $ax^2 + bx + c$, déterminer ses éventuelles racines et factoriser lorsque possible.
 - 3.1. Trinôme $x^2 - 7x + 10$.
 - 3.2. Trinôme $x^2 + x - 6$.
 - 3.3. Trinôme $x^2 - x - 1$.
 - 3.4. Trinôme $2x^2 - 8x + 8$.
 - 3.5. Trinôme $-3x^2 + 5x - 4$.