

Trinômes $x^2 - sx + p$

Les expressions du type $(x - x_1)(x - x_2)$ sont bien connues et nous savons les développer.

En particulier : $(x - x_1)(x - x_2) = x^2 - x_1x - x_2x + x_1x_2 = x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1x_2$

$x_1 + x_2$ est la somme des nombres x_1 et x_2 et x_1x_2 est le produit des nombres x_1 et x_2 .

En posant $s = x_1 + x_2$ et $p = x_1x_2$, on obtient $(x - x_1)(x - x_2) = x^2 - sx + p$.

Toute expression de la forme $a(x - x_1)(x - x_2)$ s'écrit sous la forme à $ax^2 + bx + c$ et pourra s'écrire $a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}\right)$, c'est-à-dire $a(x^2 - sx + p)$.

Exercice 1

Compléter le tableau ci-dessous :

x_1	x_2	$s = x_1 + x_2$	$p = x_1x_2$
-3	-2	-5	6
-2	-3	-5	6
-3	-1	-4	3
-3	0	-3	0
-2	-4	-6	8
-1	1	0	-1
3	2	5	6
1	-3	-2	-3
4	1	5	4
1	3	4	3
2	1	2	2
6	1	7	6
-1	2	1	-2
2	5	7	10
-2	3	1	-6
0	2	2	0
1	1	2	1
2	-2	0	-4
4	1	5	4

Exercice 2

Recopier, étendre et compléter le tableau ci-dessous suivant la logique :

x_1	x_2	$s = x_1 + x_2$	$p = x_1 x_2$
3	-3	0	-9
3	-2	1	-6
3	-1	2	-3
3	0	3	0
3	1	4	3
3	2	5	6
3	3	6	9
3	4	7	12
2	-3	-1	-6
2	-2	0	0
2	-1	1	1
2	0	2	0
2	2	4	4
2	1	3	2
2	2	4	4

Exercice 3

Compléter le tableau ci-dessous :

$s = x_1 + x_2$	$p = x_1 x_2$	x_1	x_2
7	10	2	5
2	1	1	1
4	4	2	2
3	2	1	2
-3	-4	1	-4
4	3	1	3
-3	2	-1	-2
5	6	2	3
-2	-8	2	-4
-1	-6	2	-3
1	-6	-2	3
0	-1	1	-1

Exercice 4

Compléter le tableau ci-dessous :

$x^2 - sx + p$	$s = x_1 + x_2$	$p = x_1 x_2$	x_1	x_2	$(x - x_1)(x - x_2)$
$x^2 - 4x + 3$	4	3	1	3	$(x - 1)(x - 3)$
$x^2 - 3x + 2$	3	2	1	2	$(x - 1)(x - 2)$
$x^2 - x - 2$	1	-2	-1	2	$(x + 1)(x - 2)$
$x^2 - 5x + 6$	5	6	2	3	$(x - 2)(x - 3)$
$x^2 - 2x + 1$	2	1	1	1	$(x - 1)(x - 1)$
$x^2 + 2x + 1$	-2	1	-1	-1	$(x + 1)(x + 1)$
$x^2 + 3x + 2$	-3	2	-1	-2	$(x + 1)(x + 2)$
$x^2 + 4x + 3$	-4	3	-1	-3	$(x + 1)(x + 3)$
$x^2 + 4x + 4$	-4	4	-2	-2	$(x + 2)(x + 2)$
$x^2 + 5x + 6$	-5	6	-2	-3	$(x + 2)(x + 3)$
$x^2 + 5x + 4$	-5	4	-1	-4	$(x + 1)(x + 4)$
$x^2 - 8x + 12$	8	12	2	6	$(x - 2)(x - 6)$

Méthode de factorisation

En observant avec attention les coefficients s et p d'un trinôme, il est aisé, avec un peu d'habitude, de retrouver les valeurs des nombres x_1 et x_2 et de factoriser l'expression développée initiale.

Exemple 1

Soit $f(x) = x^2 - 5x + 4$. On remarque que les nombres entiers dont la somme est 5 et le produit est 4 sont 1 et 4.

Donc la factorisation est instantanée : $f(x) = (x - 1)(x - 4)$.

Exemple 2

Soit $f(x) = x^2 + 3x + 2$. On remarque que les nombres entiers dont la somme est -3 et le produit est 2 sont -1 et -2.

Donc la factorisation est instantanée : $f(x) = (x + 1)(x + 2)$.