

# exercices techniques sur les trinômes

## Exercice 1

Développons les expressions :  $2(x - 3)\left(x + \frac{1}{2}\right)$  et  $-3(x - 1)(x - 2)$ .

$$\text{On a : } 2(x - 3)\left(x + \frac{1}{2}\right) = 2\left[(x - 3)\left(x + \frac{1}{2}\right)\right] = 2\left[x^2 - 3x + \frac{1}{2}x - \frac{3}{2}\right] = 2\left[x^2 - \frac{5}{2}x - \frac{3}{2}\right]$$

$$\text{Donc : } 2(x - 3)\left(x + \frac{1}{2}\right) = 2x^2 - 5x - 3$$

$$\text{On a : } -3(x - 1)(x - 2) = -3[(x - 1)(x - 2)] = -3[x^2 - x - 2x + 2]$$

$$\text{Donc : } -3(x - 1)(x - 2) = -3[x^2 - 3x + 2] = -3x^2 + 9x - 6$$

---

## Exercice 2

Factorisons à l'aide des identités remarquables les expressions :  $x^2 - 4x + 4$

$$9x^2 + 6x + 1$$

$$4x^2 - 9$$

$$x^2 - 4x + 4 = x^2 - 2(x)(2) + 2^2 = (x - 2)^2$$

$$9x^2 + 6x + 1 = (3x)^2 + 2(3x)(1) + 1^2 = (3x + 1)^2$$

$$4x^2 - 9 = (2x)^2 - 3^2 = (2x - 3)(2x + 3)$$

---

## Exercice 3

Déterminons dans chaque cas la forme canonique :  $x^2 - 12x + 1$

$$x^2 + x - \frac{3}{2}$$

$$3x^2 + 18x - 1$$

$$2x^2 - 3x + 5$$

$$\text{On a : } x^2 - 12x + 1 = (x - 6)^2 - 36 + 1 = (x - 6)^2 - 35$$

$$\text{De plus : } x^2 + x - \frac{3}{2} = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} - \frac{3}{2} = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{7}{4}$$

$$\text{On a : } 3x^2 + 18x - 1 = 3\left(x^2 + 6x - \frac{1}{3}\right) = 3\left((x+3)^2 - 9 - \frac{1}{3}\right) = 3\left((x+3)^2 - \frac{28}{3}\right)$$

$$\text{Donc : } 3x^2 + 18x - 1 = 3(x+3)^2 - 28$$

$$\text{Enfin : } 2x^2 - 3x + 5 = 2\left(x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{5}{2}\right) = 2\left(\left(x - \frac{3}{4}\right)^2 - \frac{9}{16} + \frac{5}{2}\right) = 2\left(\left(x - \frac{3}{4}\right)^2 + \frac{31}{16}\right)$$

$$\text{Donc : } 2x^2 - 3x + 5 = 2\left(x - \frac{3}{4}\right)^2 + \frac{31}{8}$$


---

#### Exercice 4

$$\text{Montrons que : } 3x^2 - 12x + 17 = 3(x-2)^2 + 5$$

$$-4x^2 + 4x + 3 = -4\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + 4$$

$$\text{On a : } 3(x-2)^2 + 5 = 3(x^2 - 4x + 4) + 5 = 3x^2 - 12x + 12 + 5 = 3x^2 - 12x + 17$$

$$\text{Et : } -4\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + 4 = -4\left(x^2 - x + \frac{1}{4}\right) + 4 = -4x^2 + 4x - 1 + 4 = -4x^2 + 4x + 3$$


---

#### Exercice 5

Déterminons si les trinômes ont des racines :

| Trinôme                                        | Discriminant $\Delta = b^2 - 4ac$                                                                                                     | Racines |
|------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|
| $2x^2 - 3x + 4$                                | $(-3)^2 - 4(2)(4) = 9 - 32 = -23 < 0$                                                                                                 | Aucune  |
| $-2x^2 + 5x + 1$                               | $(5)^2 - 4(-2)(1) = 25 + 8 = 33 > 0$                                                                                                  | 2       |
| $3x^2 - 5x - 2$                                | $(-5)^2 - 4(3)(-2) = 25 + 24 = 49 > 0$                                                                                                | 2       |
| $-\frac{1}{3}x^2 - \frac{5}{6}x + \frac{1}{6}$ | $\left(-\frac{5}{6}\right)^2 - 4\left(-\frac{1}{3}\right)\left(\frac{1}{6}\right) = \frac{25}{36} + \frac{4}{18} = \frac{33}{36} > 0$ | 2       |
| $\frac{2}{5}x^2 - x + 3$                       | $(-1)^2 - 4\left(\frac{2}{5}\right)(3) = 1 - \frac{24}{5} = -\frac{19}{5} < 0$                                                        | Aucune  |
| $x^2 - 6x + 9$                                 | $(-6)^2 - 4(1)(9) = 36 - 36 = 0$                                                                                                      | 1       |

---

### Exercice 6

On souhaite déterminer les racines du trinôme  $2x^2 - 4x - 16$ . On admet que celles-ci sont au nombre de deux.

#### **Méthode 1**

1. Déterminons la forme canonique du trinôme  $2x^2 - 4x - 16$ .

$$2x^2 - 4x - 16 = 2(x^2 - 2x - 8) = 2((x - 1)^2 - 1 - 8) = 2((x - 1)^2 - 9)$$

$$\text{Donc : } 2x^2 - 4x - 16 = 2(x - 1)^2 - 18$$

2. Factorisons la forme canonique.

$$\begin{aligned} 2(x - 1)^2 - 18 &= 2[(x - 1)^2 - 9] = 2[(x - 1)^2 - (3)^2] \\ &= 2(x - 1 - 3)(x - 1 + 3) = 2(x - 4)(x + 2) \end{aligned}$$

3. Les deux racines  $x_1$  et  $x_2$  sont : 2 et 4.

#### **Méthode 2**

1. Calculons le discriminant  $\Delta$  du trinôme  $2x^2 - 4x - 16$ .

$$\Delta = (-4)^2 - 4(2)(-16) = 16 + 8 \times 16 = 9 \times 16 = 3^2 \times 4^2 = 12^2 > 0$$

2. Les deux racines  $x_1$  et  $x_2$  du trinôme sont :

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{4 - 12}{2(2)} = \frac{-8}{4} = -2 \text{ et } x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{4 + 12}{2(2)} = \frac{16}{4} = 4.$$

3. Factorisons le trinôme  $2x^2 - 4x - 16$ .

$$2x^2 - 4x - 16 = 2(x - 2)(x - 4)$$

---

### Exercice 7

On souhaite déterminer les racines du trinôme  $-x^2 + 5x - 4$ . On admet que celles-ci sont au nombre de deux.

#### **Méthode 1**

1. Déterminons la forme canonique du trinôme  $-x^2 + 5x - 4$ .

$$-x^2 + 5x - 4 = -(x^2 - 5x + 4) = -\left(\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{25}{4} + 4\right) = -\left(\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{9}{4}\right)$$

$$\text{Donc : } -x^2 + 5x - 4 = -\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{9}{4}$$

2. Factorisons la forme canonique  $-\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{9}{4}$ .

$$-\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{9}{4} = -\left(\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{9}{4}\right) = -\left(\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - \left(\frac{3}{2}\right)^2\right) = -\left(x - \frac{5}{2} - \frac{3}{2}\right)\left(x - \frac{5}{2} + \frac{3}{2}\right) = -\left(x - \frac{8}{2}\right)\left(x - \frac{2}{2}\right) = -(x - 4)(x - 1)$$

3. Les deux racines  $x_1$  et  $x_2$  sont : 1 et 4.

### Méthode 2

1. Calculons le discriminant  $\Delta$  du trinôme  $-x^2 + 5x - 4$ .

$$\Delta = (5)^2 - 4(-1)(-4) = 25 - 16 = 9 = 3^2 > 0$$

2. Les deux racines  $x_1$  et  $x_2$  du trinôme sont :

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-5 - 3}{2(-1)} = \frac{-8}{-2} = 4 \text{ et } x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-5 + 3}{-2} = \frac{-2}{-2} = 1.$$

3. Factorisons le trinôme  $-x^2 + 5x - 4$ .

$$-x^2 + 5x - 4 = -(x - 1)(x - 4)$$

---

### Exercice 8

On souhaite étudier le trinôme  $4x^2 - 12x + 9$ .

### Méthode 1

1. Déterminons la forme canonique du trinôme.

$$4x^2 - 12x + 9 = 4\left[x^2 - 3x + \frac{9}{4}\right] = 4\left[\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{9}{4} + \frac{9}{4}\right] = 4\left[\left(x - \frac{3}{2}\right)^2\right] = 4\left(x - \frac{3}{2}\right)^2$$

2. La forme canonique est aussi une forme factorisée.

3. Le trinôme possède une racine double.

### Méthode 2

1. Calculons le discriminant  $\Delta$  du trinôme  $4x^2 - 12x + 9$ .

$$\Delta = (-12)^2 - 4(4)(9) = 12^2 - 12^2 = 0.$$

2. Le trinôme admet une racine double :  $x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$

3. Le trinôme peut être factorisé. On a :  $4x^2 - 12x + 9 = 4\left(x - \frac{3}{2}\right)^2$

---

### Exercice 9

On souhaite étudier le trinôme  $-3x^2 - x - 4$ .

#### **Méthode 1**

1. Déterminons la forme canonique du trinôme.

$$\begin{aligned} -3x^2 - x - 4 &= -3 \left[ x^2 + \frac{1}{3}x + \frac{4}{3} \right] = -3 \left[ \left( x + \frac{1}{6} \right)^2 - \frac{1}{36} + \frac{4}{3} \right] = 3 \left[ \left( x + \frac{1}{6} \right)^2 + \frac{47}{36} \right] \\ &= 3 \left( x + \frac{1}{6} \right)^2 + \frac{47}{12} \end{aligned}$$

2. La forme canonique ne peut pas être factorisée.

3. Le trinôme ne peut être annulé car  $3 \left( x + \frac{1}{6} \right)^2 + \frac{47}{12} > 0$ .

#### **Méthode 2**

1. Calculer le discriminant  $\Delta$  du trinôme.

$$\Delta = (-1)^2 - 4(-3)(-4) = 1 - 48 = -47 < 0.$$

2. Le trinôme n'admet aucune racine.

3. Le trinôme ne peut pas être factorisé.

---