

Racines d'un trinôme

On appelle **racines** d'un **trinôme** du second degré $ax^2 + bx + c$ les valeurs qui annulent le trinôme, c'est-à-dire les **solutions** de l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ (E).

Exemple

Le trinôme $x^2 - 4x + 3$ s'annule lorsque $x = 1$ et $x = 3$.

En effet : $(1)^2 - 4(1) + 3 = 1 - 4 + 3 = 4 - 4 = 0$.

Et : $(3)^2 - 4(3) + 3 = 9 - 12 + 3 = 12 - 12 = 0$.

On dit que les racines du trinôme $x^2 - 4x + 3$ sont 1 et 3.

Les nombres 1 et 3 sont les solutions de l'équation $x^2 - 4x + 3 = 0$.

Dans ce cas, le trinôme se factorise : $x^2 - 4x + 3 = (x - 1)(x - 3)$.

En effet, $(x - 1)(x - 3) = x^2 - 3x - x + 3 = x^2 - 4x + 3$.

Comment déterminer si un trinôme possède des racines et lesquelles ?

1. Démontrer l'équivalence : $ax^2 + bx + c = 0$ (E) $\Leftrightarrow (2ax + b)^2 = b^2 - 4ac$.

On multipliera dans l'équation (E) les membres de gauche et de droite par $4a$.

2. On appelle discriminant (delta) du trinôme $ax^2 + bx + c$ l'expression $\Delta = b^2 - 4ac$.

2.1. On suppose $\Delta > 0$. Résoudre l'équation (E).

Combien de solutions possède l'équation (E).

2.2. On suppose $\Delta = 0$. Résoudre l'équation (E).

Combien de solutions possède l'équation (E).

2.3. On suppose $\Delta < 0$. Résoudre l'équation (E).

Combien de solutions possède l'équation (E).

Exercice

Dans chaque cas, déterminer le discriminant du trinôme $ax^2 + bx + c$, déterminer ses éventuelles racines et factoriser lorsque possible.

3.1. Trinôme $x^2 - 7x + 10$.

3.2. Trinôme $x^2 + x - 6$.

3.3. Trinôme $x^2 - x - 1$.

3.4. Trinôme $2x^2 - 8x + 8$.

3.5. Trinôme $-3x^2 + 5x - 4$.