

synthèse autour des droites

définition

L'équation réduite d'une droite est une relation qui s'écrit sous la forme $y = ax + b$. Elle relie entre elles l'abscisse x et l'ordonnée y de chacun des points de la droite.

Autrement dit, tous les points d'abscisse x et d'ordonnée y d'une droite sont tels que $y = ax + b$. Cette relation est générale et caractérise les droites.

Le nombre a est appelé pente ou coefficient directeur de la droite. Il est égal à la tangente de l'angle d'inclinaison de la droite.

Le nombre b est appelé ordonnée à l'origine. Il est l'ordonnée du point d'intersection de la droite avec l'axe des ordonnées (Oy).

Application

Considérons la droite (D) d'équation $y = \frac{1}{4}x + 4$.

Attendu la définition ci-dessus, tous les points de la droite (D) ont leurs coordonnées $(x ; y)$ qui sont reliées par la relation $y = \frac{1}{4}x + 4$.

Il est donc facile d'obtenir les coordonnées de points de la droite (D).

Si l'on prend $x = 0$, alors $y = \frac{1}{4}(0) + 4 = 4$. Le point de coordonnées $(0 ; 4)$ est un point appartenant à la droite (D).

Si l'on prend $x = 8$, alors $y = \frac{1}{4}(8) + 4 = 2 + 4 = 6$. Le point de coordonnées $(8 ; 6)$ est un point appartenant à la droite (D).

Si l'on prend $y = 0$, alors $0 = \frac{1}{4}x + 4$. D'où : $\frac{1}{4}x = -4$. Enfin : $x = -16$. Le point de coordonnées $(-16 ; 0)$ est un point appartenant à la droite (D).

Dire que la droite (D) a pour équation réduite $y = \frac{1}{4}x + 4$ permet de disposer de deux informations importantes :

- La pente de la droite est égale à $\frac{1}{4}$ (quand on avance de 4 unités, on monte de 1 unité).
- L'ordonnée à l'origine est égale à 4 (le point d'intersection de la droite et de l'axe des ordonnées a pour ordonnée 4).

L'équation réduite $y = \frac{1}{4}x + 4$ caractérise la droite (D). Toutefois, il est possible de caractériser la droite à l'aide d'équations (relations) de formes différentes. En effet, par exemple :

$$y = \frac{1}{4}x + 4 \Leftrightarrow 4y = x + 16 \Leftrightarrow x - 4y + 16 = 0$$

La relation $x - 4y + 16 = 0$ est appelée **équation cartésienne** de la droite (D).

Une équation dite cartésienne est une équation de la forme $ax + by + c = 0$.

Les équations $2x - 8y + 32 = 0$ et $\frac{1}{2}x - 2y + 8 = 0$ sont aussi des équations cartésiennes qui caractérisent la droite (D).

Si l'on prend $x = 0$, alors $0 - 4y + 16 = 0$. D'où : $4y = 16$. Enfin $y = 4$. Le point de coordonnées $(0 ; 4)$ est un point appartenant à la droite (D).

Si l'on prend $y = 0$, alors $x - 4(0) + 16 = 0$. D'où : $x = -16$. Le point de coordonnées $(-16 ; 0)$ est un point appartenant à la droite (D).

Nous retrouvons les résultats obtenus précédemment avec l'équation réduite de la droite (D).