suite logistique cas $r = 1{,}5$

On considère la suite logistique u définie par $u_{n+1} = \frac{3}{2}u_n(1 - u_n)$ avec $u_0 = 0{,}4$.

1. Démontrer que, pour tout entier naturel n, on a : $0 < u_n < 1$.

2. Soit la fonction f définie par $f(x) = \frac{3}{2}x(1 - x)$ sur l'intervalle $[0; 1]$.

   Étudier les variations de f, puis représenter graphiquement la fonction f à l'aide de GeoGebra, par exemple.

3. Étudier la position de la parabole représentative de la fonction f par rapport à la droite d'équation $y = x$ sur l'intervalle $[0; 1]$.

4. Tracer le diagramme en escalier de la suite.

5. Démontrer que, pour tout entier naturel n, on a : $u_n < u_{n+1}$.

6. Existe-t-il un point fixe ? L'équation $f(x) = x$ admet-elle une solution ?

7. La suite u est-elle convergente/divergente ? Déterminer $\lim\limits_{n \to \infty} u_n$.

8. Visualiser à l'aide d'un tableur, en représentant u_n en fonction de n, l'évolution des termes de la suite logistique.

suite logistique cas $r = 2{,}4$

On considère la suite logistique u définie par $u_{n+1} = 2{,}4u_n(1 - u_n)$ avec $u_0 = 0{,}8$.

1. Démontrer que, pour tout entier naturel n, on a : $0 < u_n < 1$.

2. Soit la fonction f définie par $f(x) = 2{,}4x(1 - x)$ sur l'intervalle $[0; 1]$.

   Étudier les variations de f, puis représenter graphiquement la fonction f, ainsi que la droite d'équation $y = x$ sur l'intervalle $[0; 1]$ à l'aide de GeoGebra, par exemple.

3. A l'aide d'un tableur, afficher les vingt premières valeurs de la suite. Qu'observe-t-on ?

4. Existe-t-il un point fixe ? L'équation $f(x) = x$ admet-elle une solution ?

5. Déterminer $\lim\limits_{n\to\infty} u_n$.

6. Visualiser à l'aide d'un tableur, en représentant u_n en fonction de n, puis à l'aide de GeoGebra, en représentant la suite u par un diagramme en escalier, l'évolution des termes de la suite logistique.