# suite logistique cas $0 < r < 1$

---

On considère la suite logistique $u$ définie par $u_{n+1} = ru_n(1 - u_n)$ avec $u_0 \in [0; 1]$, $r$ étant un réel positif.

Nous nous proposons d'étudier cette suite dans le cas où la paramètre r est strictement compris entre 0 et 1 avec $u_0 \in [0; 1]$.

1. Soit la fonction $f$ définie par $f(x) = rx(1 - x)$ où $0 < r < 1$.

   Déterminer $f'(x)$, puis dresser le tableau de variation de f.

   Représenter graphiquement la fonction $f$.

2. Soit la fonction g définie par $g(x) = x - f(x)$.

   Étudier le signe de $g(x)$ sur l'intervalle $[0; +\infty[$.

   En déduire la position de la parabole représentative de la fonction $f$ par rapport à la droite d'équation $y = x$ sur l'intervalle $[0; +\infty[$.

3. Démontrer que, pour tout entier naturel $n$, on a : $0 < u_n < 1$.

4. Démontrer que, pour tout entier naturel $n$, on a : $u_{n+1} < u_n$.

5. La suite $u$ est-elle convergente/divergente ?

6. Résoudre l'équation $f(x) = x$.

7. Déterminer $\lim_{n \to \infty} u_n$.

8. Visualiser à l'aide d'un tableur, en représentant $u_n$ en fonction de $n$, puis à l'aide de GeoGebra, en représentant la suite $u$ par un diagramme en escalier, l'évolution des termes de la suite logistique.