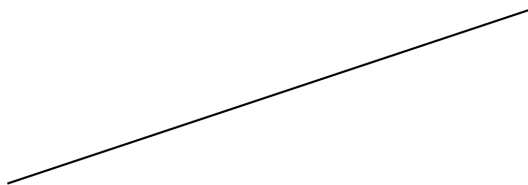


# De la géométrie... à l'analyse mathématique

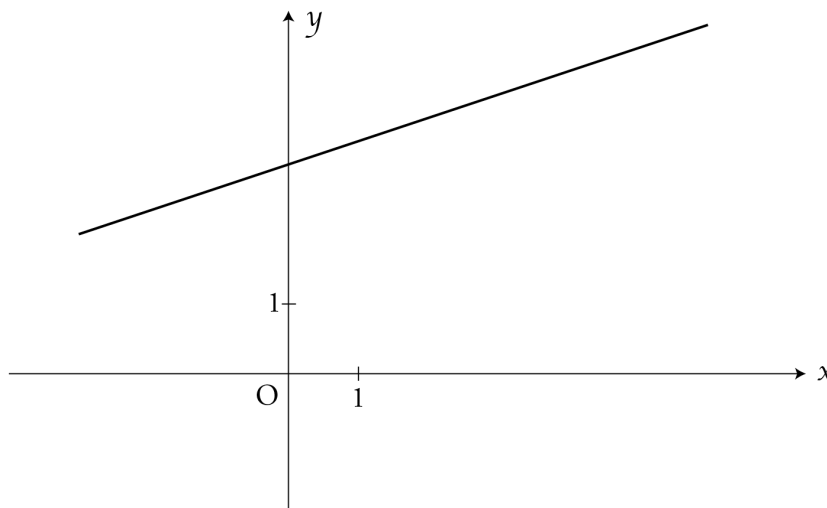
## Introduction

Les mathématiques ont longtemps consisté à étudier et à manipuler des objets géométriques tels que les droites, les cercles, les triangles ou les paraboles, définis par leurs propriétés respectives et constructibles à l'aide de la règle et du compas. Ainsi, Euclide, mathématicien et géomètre grec du III<sup>e</sup> siècle av. J.-C., pose-t-il, dès le Livre I des *Éléments*, les fondements de la géométrie euclidienne. Parmi les cinq postulats qui y sont énoncés figure notamment le premier, selon lequel « d'un point quelconque à un autre point quelconque, on peut mener une droite ».



Parallèlement, les mathématiques s'intéressaient aux nombres et à leurs propriétés, constituant ainsi un domaine plus abstrait, distinct de la géométrie et de ses applications concrètes : celui du calcul, qui englobe notamment l'arithmétique et l'algèbre.

C'est dans ce contexte que René Descartes (1596-1650) va contribuer à rapprocher ces deux domaines. En contribuant à fonder la géométrie analytique, il établit un lien entre la géométrie et l'algèbre, notamment en associant des nombres (coordonnées) aux points du plan. Une figure géométrique peut alors être décrite par une équation algébrique, tandis qu'une équation peut être interprétée géométriquement. Ses travaux contribueront ainsi à l'émergence du repère cartésien moderne.



Conséquence : les objets géométriques se décrivent à l'aide de relations entre  $x$  et  $y$ .

En observant les coordonnées  $x$  et  $y$  des points d'une droite, on constate que celles-ci sont toujours liées par une relation de la forme  $y = ax + b$ .

## Activité 1

1. Compléter le tableau ci-dessous à l'aide des données du graphique.

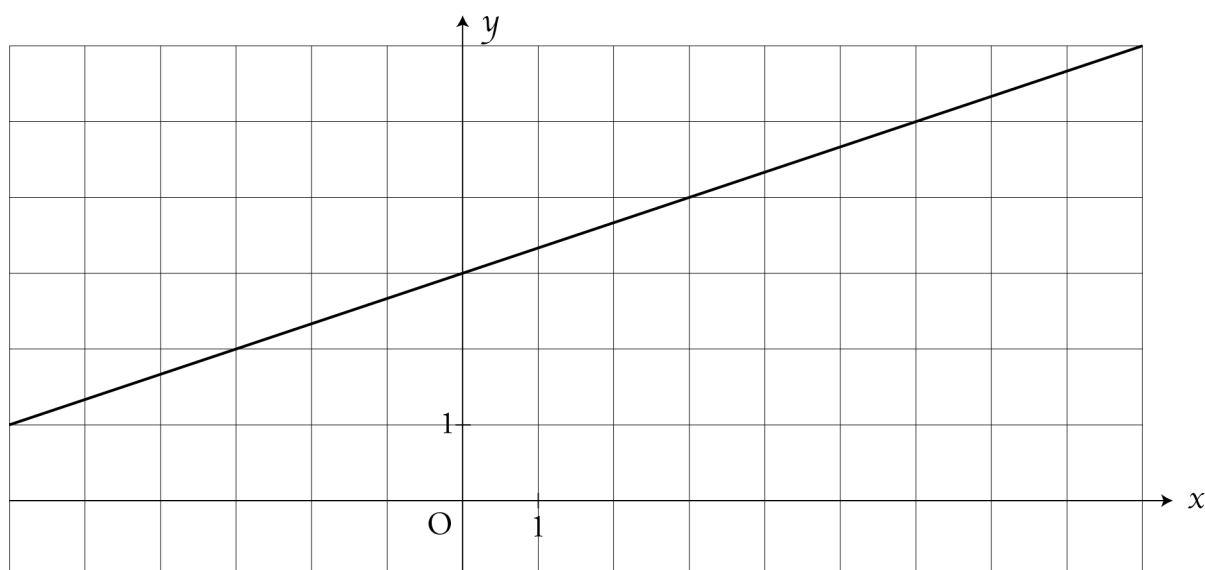


Tableau de coordonnées des points de la droite

|     |    |    |   |   |   |   |
|-----|----|----|---|---|---|---|
| $x$ | -6 | -3 | 0 | 3 | 6 | 9 |
| $y$ |    |    |   |   |   |   |

2. Induire une relation générale reliant  $x$  et  $y$ .
3. En déduire en particulier l'ordonnée du point de la droite d'abscisse 4.
4. En déduire en particulier l'abscisse du point d'ordonnée 9.
5. Exprimer symboliquement l'appartenance du point  $A(x_A; y_A)$  à la droite  $(D)$  ci-dessus et en déduire une relation entre  $x_A$  et  $y_A$ .

---

La relation  $y = ax + b$  est appelée **équation réduite de la droite**.

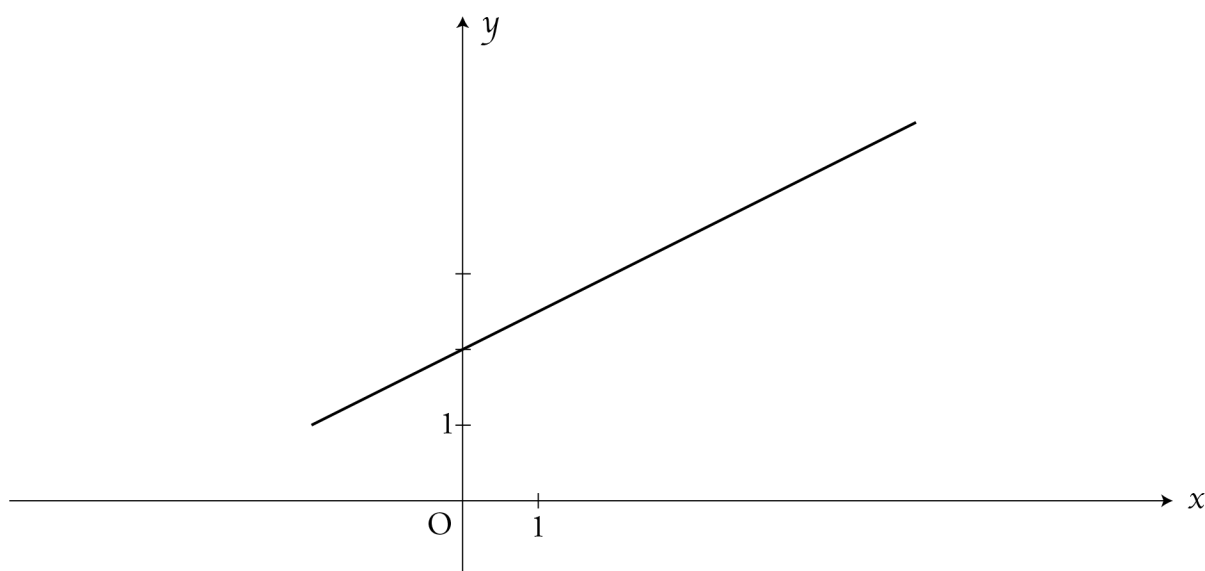
Les deux nombres  $a$  et  $b$  possèdent une interprétation géométrique simple :

- $b$  est l'ordonnée du point où la droite coupe l'axe des ordonnées (ordonnée à l'origine), tandis que
- $a$  traduit son inclinaison. Plus précisément,  $a$  désigne la tangente de l'angle  $\alpha$  que forme la droite avec l'axe des abscisses et est appelé pente ou coefficient directeur de la droite.

---

## Activité 2

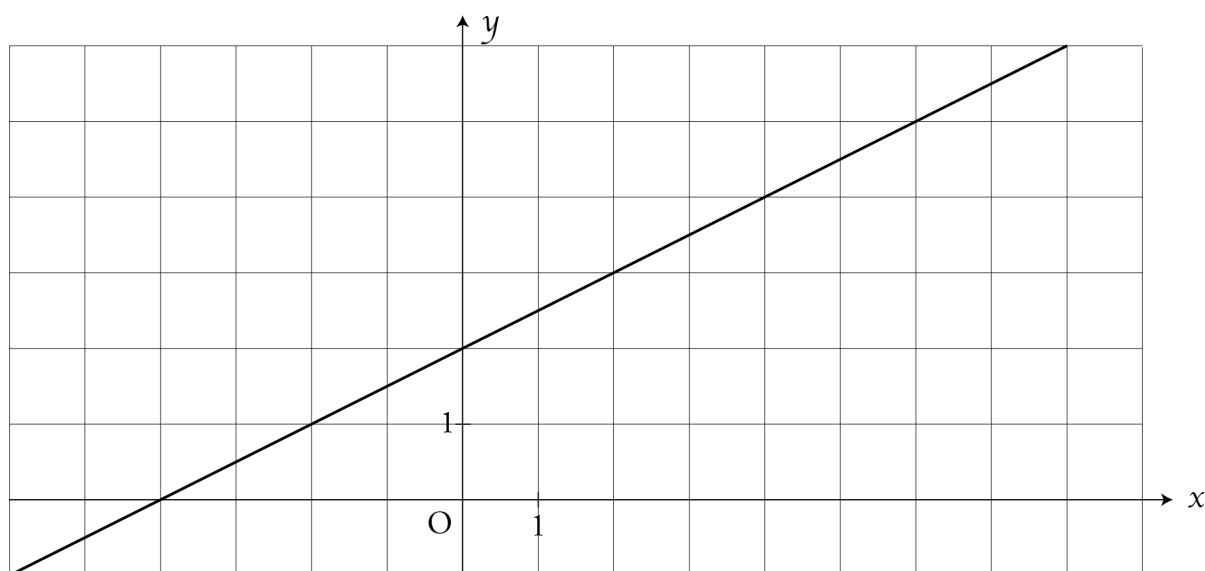
On considère la figure :



1. Déterminer graphiquement l'ordonnée à l'origine  $b$  de l'équation réduite de la droite représentée, ainsi que l'angle  $\alpha$  d'inclinaison de la droite par rapport à l'horizontale.
  2. En déduire le coefficient directeur ou pente de la droite.
- 

## Activité 3

On considère la figure :

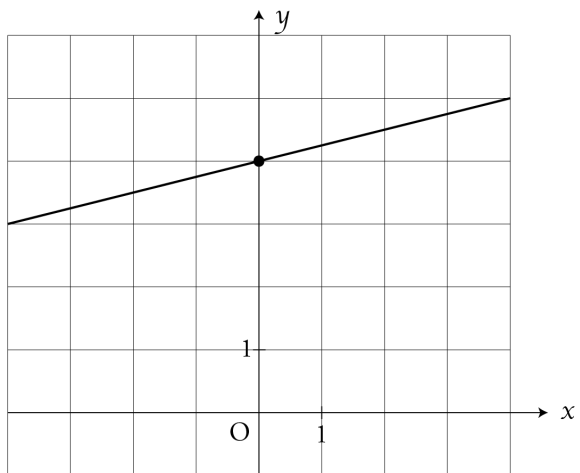
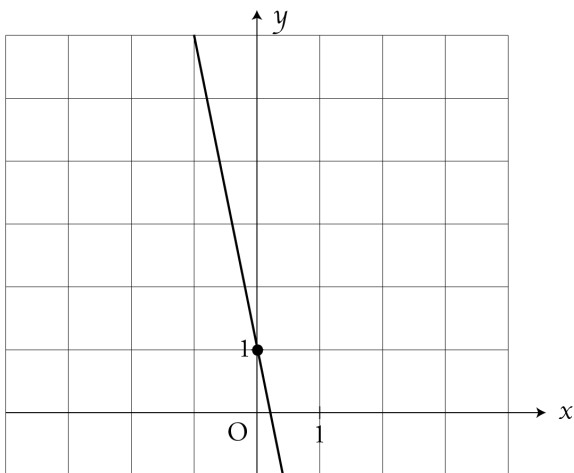
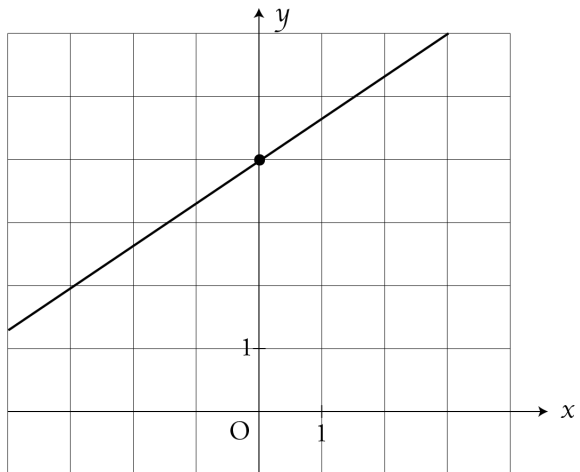
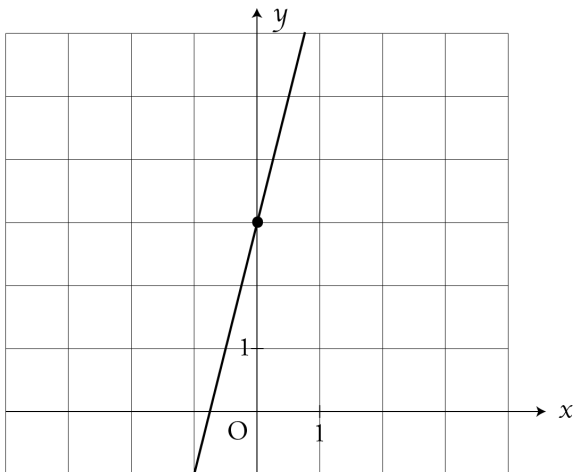
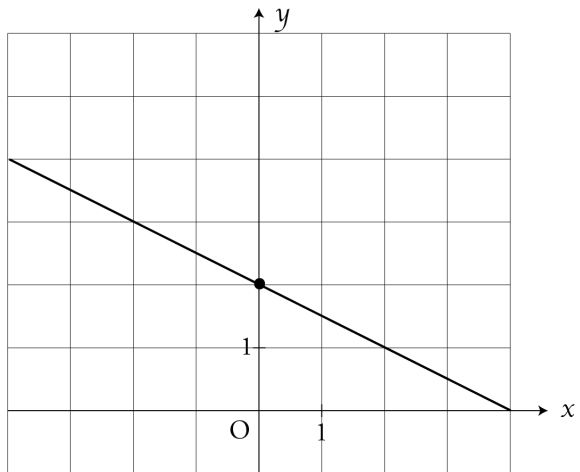
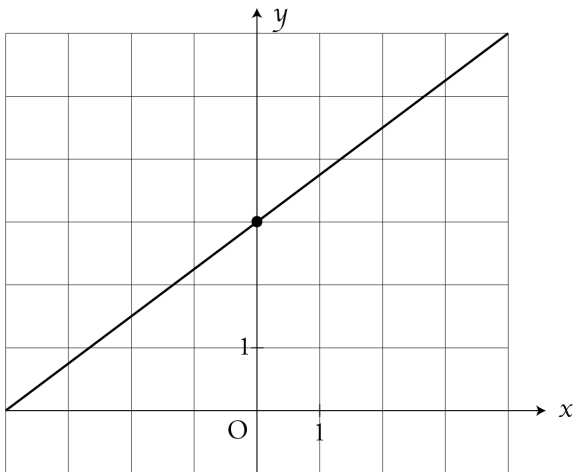


Déterminer graphiquement le coefficient directeur ou pente  $a$  de la droite représentée, ainsi que son ordonnée à l'origine  $b$ . En déduire l'équation réduite de la droite.

---

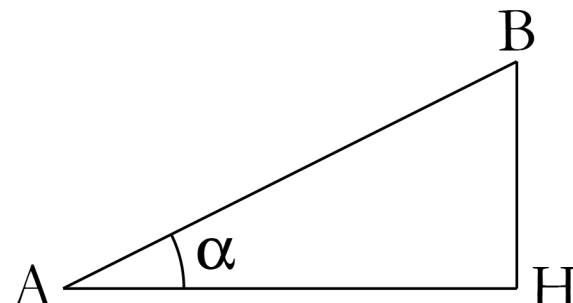
## exercices

Sur chaque figure, déterminer l'équation réduite de la droite représentée.



## synthèse autour de la pente

La pente d'une droite caractérise l'inclinaison de la droite. Définie comme la tangente de l'angle d'inclinaison, la pente peut s'écrire par exemple sous la forme d'une fraction, d'un pourcentage ou simplement sous forme décimale.



La pente de la droite (AB) dont un segment est représenté ci-dessus est définie comme étant égale à :  $\tan(\alpha)$  où l'angle  $\alpha$  (alpha) est l'angle que forme la droite avec l'horizontale.

A l'aide des coordonnées  $(x_A ; y_A)$  et  $(x_B ; y_B)$  des points A et B, la pente s'obtient immédiatement en calculant le quotient  $\frac{(y_B - y_A)}{(x_B - x_A)}$  ou  $\frac{(y_A - y_B)}{(x_A - x_B)}$ .

Enfin, la pente de la droite (AB) peut se calculer directement en déterminant tout d'abord les distances AH et HB, puis en calculant le quotient  $\pm \frac{HB}{AH}$ , la pente étant positive lorsque la droite monte et négative lorsque la droite descend. La pente est nulle quand la droite est horizontale et infinie lorsque la droite est verticale.

Une pente sera notée généralement selon le contexte p, m ou a.

## exercice

1. Déterminer la pente d'une droite dont l'inclinaison est de  $30^\circ$  par rapport à l'horizontale.
2. Déterminer la pente d'une droite dont l'inclinaison est de  $45^\circ$  par rapport à l'horizontale.
3. Déterminer la pente d'une droite dont l'inclinaison est de  $60^\circ$  par rapport à l'horizontale.
4. Déterminer la pente de la droite passant par les points  $A(0 ; 2)$  et  $B(5 ; 3)$ .
5. Déterminer la pente de la droite passant par les points  $C(-3 ; 5)$  et  $D(5 ; 1)$ .