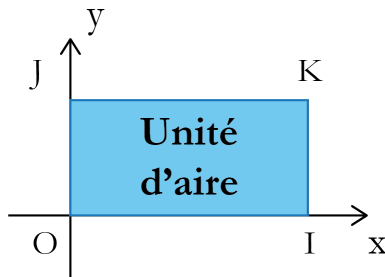


INTEGRATION

Définition

Soit un repère $(O ; I, J)$, soit K le point de coordonnées $(1 ; 1)$.



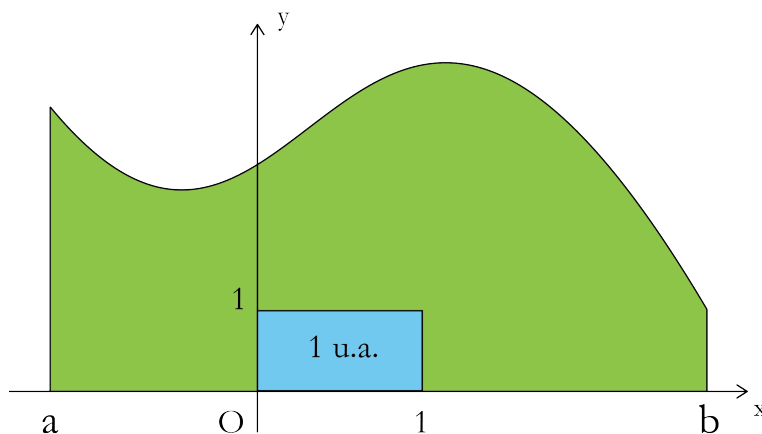
L'aire du rectangle OIKJ est appelée unité d'aire et est notée u.a.

On prendra en général un repère orthonormé, le parallélogramme OIKJ étant alors un carré d'aire 1 u.a.

Définition

Soit f une fonction continue et positive sur un intervalle $[a ; b]$ et (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthogonal. L'aire du domaine délimité par la courbe, l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = a$ et $x = b$, exprimée en unités d'aire, est appelée intégrale de a à b de la fonction f . Elle est notée :

$$\int_a^b f(x) dx$$



Propriétés

Positivité

Soit f une fonction continue et positive sur un intervalle $[a ; b]$.

On a :

$$\int_a^b f(x) dx \geq 0$$

Si $a = b$, alors :

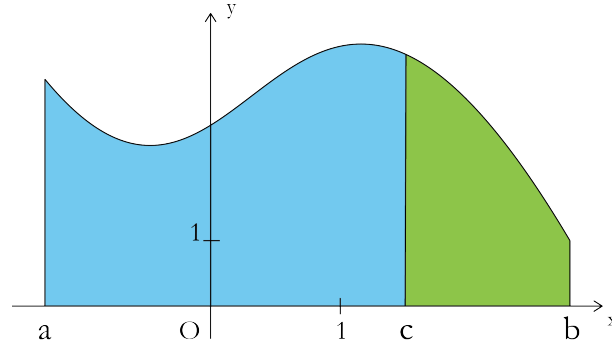
$$\int_a^b f(x) dx = 0$$

Relation de Chasles

Soit f une fonction continue et positive sur un intervalle $[a ; c]$ et soit $b \in [a ; c]$.

On a la relation :

$$\int_a^c f(x)dx = \int_a^b f(x)dx + \int_b^c f(x)dx$$



Primitive d'une fonction

Définition

Soit f une fonction continue et positive sur un intervalle I .

F est une primitive de f sur I si F est dérivable sur I et si $F' = f$, c'est-à-dire si

$F'(x) = f(x)$ pour tout x appartenant à I .

Théorème

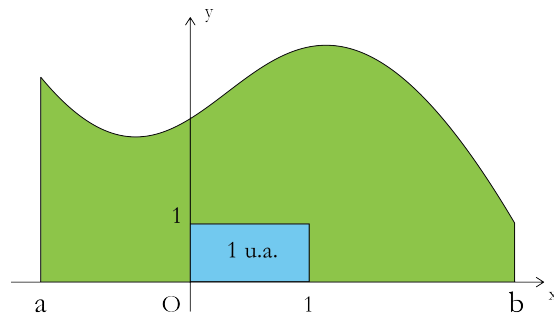
Si f est une fonction continue sur un intervalle I , alors f admet des primitives sur I .

Intégrale et primitive

Propriété

Soient f une fonction continue et positive sur un intervalle $[a ; b]$. Soit F une primitive de f sur $[a ; b]$. On a :

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$$



$\int_a^b f(x)dx$ est l'aire de la région ou domaine délimité par la courbe (C_f) , l'axe des abscisses (Ox) et les droites d'équation $x = a$ et $x = b$.