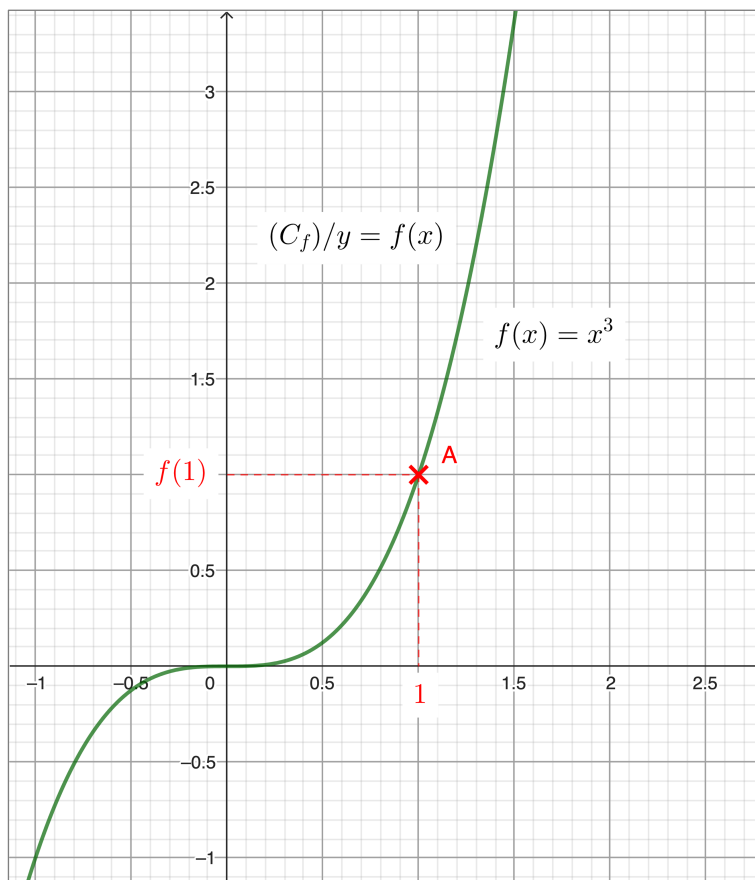


## correction de l'exercice 2

Soit  $f$  la fonction définie sur l'ensemble des réels par  $f(x) = x^3$ .

1. Tracé de la courbe représentative de la fonction  $f$  et construction du point A d'abscisse 1.



2. Déterminons le taux de variation de la fonction  $f$  entre 1 et  $1 + h$ ,  $h \neq 0$ .

On a :  $\tau(h) = \frac{f(1+h)-f(1)}{h}$  avec :

$$f(1) = (1)^3 = 1.$$

$$f(1+h) = (1+h)^3 = 1^3 + 3(1)^2h + 3(1)h^2 + h^3 = 1 + 3h + 3h^2 + h^3.$$

Donc :

$$\tau(h) = \frac{f(1+h)-f(1)}{h} = \frac{1+3h+3h^2+h^3-(1)}{h} = \frac{3h+3h^2+h^3}{h} = \frac{3h}{h} + \frac{3h^2}{h} + \frac{h^3}{h} = 3 + 3h + h^2.$$

3. Le taux de variation de la fonction  $f$  entre 1 et  $1 + h$  tend vers 3 quand  $h$  tend vers 0.

On écrit :  $\lim_{h \rightarrow 0} \tau(h) = \lim_{h \rightarrow 0} (3 + 3h + h^2) = 3.$

4. Déterminons le taux de variation de la fonction  $f$  entre  $a$  et  $a + h$ ,  $h \neq 0$  et  $a$  réel.

On a :  $\tau(h) = \frac{f(a+h)-f(a)}{h}$  avec :

$$f(a) = a^3.$$

$$f(a+h) = (a+h)^3 = a^3 + 3(a)^2h + 3(a)h^2 + h^3 = a^3 + 3a^2h + 3ah^2 + h^3.$$

Donc :

$$\tau(h) = \frac{f(a+h)-f(a)}{h} = \frac{a^3+3a^2h+3ah^2+h^3-(a^3)}{h} = \frac{3a^2h+3ah^2+h^3}{h} = \frac{3a^2h}{h} + \frac{3ah^2}{h} + \frac{h^3}{h}.$$

$$\text{D'où : } \tau(h) = 3a^2 + 3ah + h^2.$$

5. Le taux de variation de la fonction  $f$  entre  $a$  et  $a+h$  tend vers  $3a^2$  quand  $h$  tend vers 0.

$$\text{On écrit : } \lim_{h \rightarrow 0} \tau(h) = \lim_{h \rightarrow 0} (3a^2 + 3ah + h^2) = 3a^2.$$

6. On a :  $f'(a) = 3a^2$ .

7. La pente de la courbe représentative de la fonction  $f$  au point d'abscisse 2 est :

$$f'(2) = 3(2)^2 = 12.$$

8. La pente de la courbe représentative de la fonction  $f$  au point d'abscisse -1 est :

$$f'(-1) = 3(-1)^2 = 3.$$